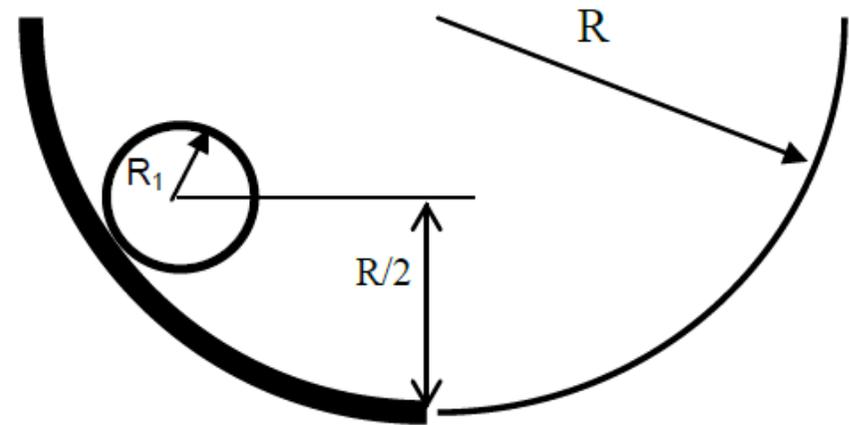


Cuerpo rígido

Ejercicio 21

21. Un cilindro homogéneo de radio  $R_1$  se mueve por el interior de una tubería de sección circular de radio  $R$ . La mitad izquierda de la tubería es lo suficientemente áspera para asegurar que el cilindro ruede sin deslizar, mientras que la otra mitad tiene coeficiente de rozamiento nulo. El cilindro parte del reposo en la mitad rugosa de la tubería, desde un punto en el cual su centro de masa se halla a una altura "h" sobre el punto más bajo de la tubería.

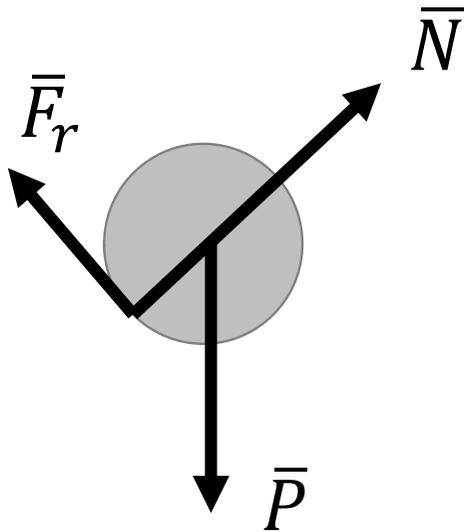


- ¿Cuál es la velocidad angular del cilindro en la posición más baja?
- ¿Cuál será la altura máxima que alcanza el cilindro en la mitad lisa de la tubería?
- Comparar las alturas inicial y final. Justificar.
- ¿Por qué necesita que actúe fuerza de rozamiento para rodar sin resbalar?, ¿qué sucede cuando no hay rozamiento?
- Realizar los correspondientes diagramas de velocidades y aceleraciones en ambas zonas, con y sin rozamiento.

DATOS:  $R_1 = R/4$  ;  $h = R/2$

a)

• DCL



- Parte del reposo (A). Entonces la energía cinética es cero.
- Elijo  $E_p=0$  en el punto más bajo de la superficie. Entonces:
  - La altura inicial del CM es  $R/2$
  - La altura del CM en el punto más bajo de la cañería es  $R_1=R/4$
- El trabajo de la normal y de la fuerza de rozamiento es cero porque el  $dr=0$ . Entonces la energía mecánica se conserva

a)

$$E_M^A = E_M^B$$

$$Mg \frac{R}{2} = \frac{1}{2} I_{CIR} \Omega_B^2 + Mg \frac{R}{4}$$

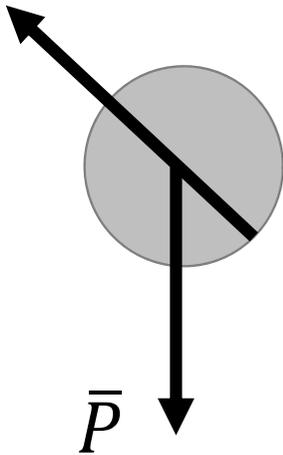
- Por teorema de Steiner:  $I_{CIR} = I_{CM} + M \cdot R_1^2 = \frac{M \cdot R_1^2}{2} + M \cdot R_1^2 = \frac{3}{32} M \cdot R^2$

$$Mg \frac{R}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{32} M \cdot R^2 \Omega_B^2 + Mg \frac{R}{4} \quad \rightarrow \quad \Omega_B = \sqrt{\frac{16g}{3R}}$$

b)

$\bar{N}$

• DCL



- La energía mecánica se conserva porque el trabajo de la normal es cero.
- ¿Se espera que la altura máxima sea mayor, menor o igual a la altura inicial?

b) y c)

- Como en el segundo tramo resbala, la velocidad del CM es cero pero la velocidad angular no.

$$E_M^A = E_M^B = E_M^C$$

$$Mg \frac{R}{2} = \cancel{\frac{1}{2} M v_{CM}^2} + \frac{1}{2} I_{CM} \Omega_C^2 + Mgh_{max}$$

$$Mg \frac{R}{2} = \frac{1}{2} I_{CM} \Omega_C^2 + Mgh_{max}$$

Entonces una parte de la energía mecánica es cinética (de rotación). Por lo tanto la altura máxima será menor que la inicial.

b) y c)

- ¿Cuánto vale la velocidad angular en el punto C?

En el tramo BC

$$\sum \bar{T}_{CM} = I_{CM} \bar{\gamma}$$

$$\bar{T}_{CM}^N + \bar{T}_{CM}^P = I_{CM} \bar{\gamma}$$

$$0 = I_{CM} \bar{\gamma}$$

$$\bar{\gamma} = \bar{0} \quad \rightarrow \quad \bar{\Omega} \text{ constante}$$

b) y c)

$$Mg \frac{R}{2} = \frac{1}{2} I_{CM} \Omega_C^2 + Mgh_{max}$$

$$Mg \frac{R}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{MR^2}{32} \cdot \frac{16g}{3R} + Mgh_{max}$$

$$h_{max} = \frac{5R}{12}$$

d) ¿Por qué necesita que actúe fuerza de rozamiento para rodar sin resbalar?, ¿qué sucede cuando no hay rozamiento?

Para completar el ejercicio (ítem e) recomendamos el video desarrollado por el Ing. García Achilli

<https://www.youtube.com/watch?v=9hpXfPLNNDg&feature=youtu.be>